Problema 9.2.14.

Utilizând metoda tabelelor semantice (construind arborele binar), verificaţi dacă au loc:

1. |– (∀*y*)( ∀*x*)*P*(*x*,*y*) ↔ ( ∀*x*)( ∃*y*)*P*(*x*,*y*)

Metoda tabelelor semantice este o metodă semantică și prin respingere (vom porni de la negație)

**Teorema de corectitudine și completitudine** |=*U* dacă și numai dacă ¬*U* are asociată o tabelă semantică închisă.

*U* = *U*1↔ *U*2

Varianta1: se înlocuiește echivalența cu o formulă echivalentă

Varianta2: se iau pe rând implicațiile *U*1→ *U*2 respectiv ***U*2→ *U*1** și se demonstrează individual

I. Verificăm că |– *U*2→ *U*1

¬ ((∀*x*)( ∃*y*)*P*(*x*,*y*) → ( ∀*y*)(∀*x*)*P*(*x*,*y*)) (1) √

| α (1)

(∀*x*)( ∃*y*)*P*(*x*,*y*) (2) √

|

¬ ( ∀*y*)(∀*x*)*P*(*x*,*y*) (3) √

| δ (3) *a* constantă nouă

¬ ( ∀*x*)*P*(*x*,*a*) (4) √

| δ (4) *b* constantă nouă

¬ *P*(*b*,*a*)

| γ (2) *a*,*b* constante existente

(∃*y*)*P*(*a*,*y*) (5) √

|

(∃*y*)*P*(*b*,*y*) (6) √

|

(∀*x*)( ∃*y*)*P*(*x*,*y*) (2’) copia formulei 2

| δ (6) *c* constantă nouă

*P*(*b*,*c*)

| δ (5) *d* constantă nouă

*P*(*a*,*d*)

| γ (2’) *~~a~~*~~,~~*~~b~~*,*c*,*d* constante existente

(∃*y*)*P*(*c*,*y*) (7)

|

(∃*y*)*P*(*d*,*y*) (8)

|

(∀*x*)( ∃*y*)*P*(*x*,*y*) (2”)

Ciclu infinit ⇒ nu putem decide tipul formulei *U*2→ *U*1, deci nu putem decide nici tipul formulei *U*1↔ *U*2.